

3.48 FFT 演算器

FFT (高速フーリエ変換) 演算器は、映像や音声信号にどのような周波数成分が含まれているかを調べるスペクトル解析に使用される。デジタル信号のスペクトル解析には DFT (離散フーリエ変換) が用いられるが、多くの処理時間が必要となる。FFT は、DFT を非常に短い時間で計算する高速演算法である。

DFT

DFT では、次式に示すように n 個の入力データ列 ($f(0), f(1), \dots, f(n-1)$) と、 $n \times n$ の変換行列との積で DFT 係数 ($F(0), F(1), \dots, F(n-1)$) を得るが、変換行列が複素数で複素乗算が n^2 回実行されるため、多くの処理時間が必要となる。

$$\begin{bmatrix} F(0) \\ F(1) \\ F(2) \\ \vdots \\ F(n-1) \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} w^0 & w^0 & w^0 & \dots & w^0 \\ w^0 & w^1 & w^2 & \dots & w^{n-1} \\ w^0 & w^2 & w^4 & \dots & w^{(n-1)^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ w^0 & w^{2(n-1)} & w^{2(n-1)} & \dots & w^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ f(2) \\ \vdots \\ f(n-1) \end{bmatrix} \quad w = e^{-j2\pi/n}$$

FFT

FFT は変換行列の規則性を利用して乗算回数を大幅に削減するもので、その回数は $(n/2) \times \log_2 n$ である。例えば $n=1024$ の場合、FFT の乗算回数は DFT に比べて約 $1/200$ となる。 $n=8$ の FFT の信号流れ図を図 3.48.1 に示す。3 段の演算過程から構成され、バタフライ演算とよばれる基本演算が、 x, y への入力や係数 w^k を

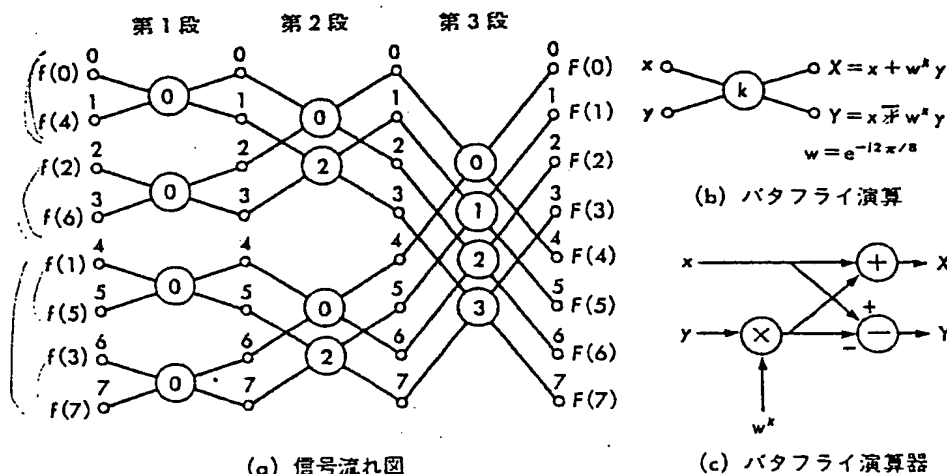


図 3.48.1 FFT ($n=8$)

変えながら繰り返し行われる。各段のバタフライ演算には、入力される信号の離れている間隔が、第1段では4、第2段では2、第3段では1というように共通性がある。バタフライ演算結果 X , Y は信号流れ図上、入力 x , y と同じ位置に返されており（インプレイス演算）、各段におけるバタフライ演算順序は任意となる。

FFT 演算器の構成

FFT は計算量を減らすだけでなく、バタフライ演算という単純な要素で表現されるため、ハードウェアで構成しやすい。FFT 演算器の構成について以下に説明する。

(1) プロセッサ方式：FFT 演算器を、乗算器、加減算器からなるバタフライ演算器とデータを格納するメモリで構成する方式で、DSP (3.46 項参照) など容易に実現することができる。図 3.48.2 のように FFT を行うデータ列をメモリに格納しておき、制御部で必要なメモリのアドレスと係数を発生する。 x , y をメモリから取り出し、バタフライ演算の結果 X , Y を x , y が格納されていた場所に返す。これを各段 4 回、3 段分繰り返す。

(2) パイプライン方式：同じ段のバタフライ演算には共通性があり、それが段数分だけ縦続に接続されているという FFT の特徴を最大限に利用して、バタフライ演算の結果を次々と次段へ送っていくことで、各段が同時に演算されるというパイプライン処理で行う方式である。図 3.48.3 のように各段に対応したバタフライ演算器と、その間のパイプライン処理のためのレジスタ部から構成される。このレジスタ部は、上部と下部の入力データを Δn 分だけ入れ換える機能を持ち、各段のバタフライ演算に必要なデータ対を作る。

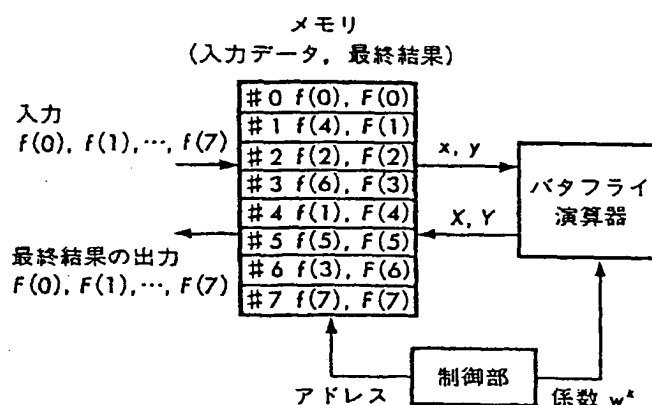


図 3.48.2 プロセッサ方式 ($n=8$)

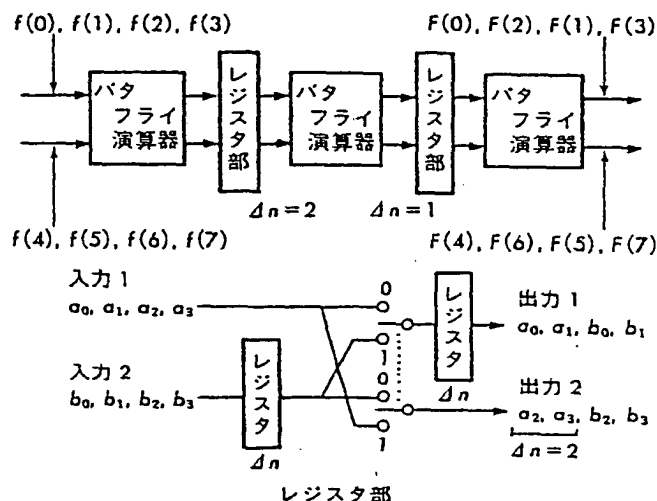


図 3.48.3 パイプライン方式 ($n=8$)